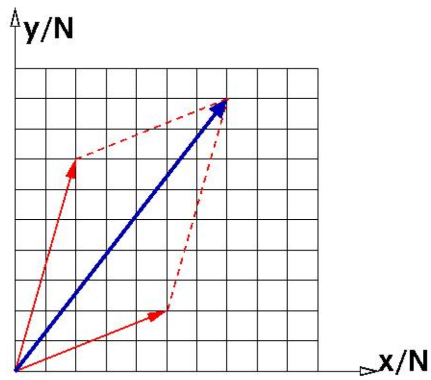
Ein Punkt P im $\mathbb{R}^2$ habe die Koordinaten $(p_1 \mid p_2)$. Der Vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ ist der "Richtungs-Pfeil" vom Koordinatenursprung $(0 \mid 0)$ zum Punkt P und wird auch mit $\vec{p} = \overrightarrow{0P}$ bezeichnet.

1. Aufgabe:

   (a) Zeichne die Punkte $A\,(3 \mid 4)$ und $B\,(7 \mid 2)$ sowie die zugehörigen Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{0A}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{0B}$ in ein Koordinatensystem.

   (b) In der Physik werden z.B. Kräfte durch Vektoren beschrieben. Für zwei Kräfte kann mit einem **Kräfteparallelogramm** eine sogenannte Ersatzkraft (oder auch resultierende Kraft) geometrisch konstruiert werden. Diese hat die geometrisch die Länge und Richtung der Diagonalen des Kräfteparallelogramms (ausgehend vom Startpunkt der beiden Kraftvektoren) und entspricht der Addition beider Kräfte:



   i. Welche Vektoren sind hier dargestellt, wenn zwei Kästchen einem Newton entspricht? Welcher Vektor gibt die Ersatzkraft an?

   ii. Verfahre genauso für die beiden Vektoren aus Aufgabenteil 1a.

   iii. Bestimme geometrisch die Ersatzkraft für $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1\,N \\ 7\,N \end{pmatrix}$ und $\vec{s} = \begin{pmatrix} 2\,N \\ -4\,N \end{pmatrix}$.

   (c) Wie lässt sich die Ersatzkraft rechnerisch bestimmen?

   Sei $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$, berechne: (i) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ (ii) $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ (iii) $\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$

2. Aufgabe:
   Zeichne die Punkte $A\,(5 \mid 1)$ und $B\,(7 \mid 6)$ in ein Koordinatensystem. Der Vektor $\overrightarrow{AB}$ entspricht dem Richtungspfeil vom Punkt A zum Punkt B

   (a) Zeichne den Vektor $\overrightarrow{AB}$ mit in das Koordinatensystem. Verschiebe dann den Vektor $\overrightarrow{AB}$ parallel, so dass er im Koordinatenursprung startet. Zu welchem Punkt zeigt Vektor $\overrightarrow{AB}$? Gib $\overrightarrow{AB}$ als Vektor an.

   (b) Verfahre analog mit $A\,(6 \mid 4)$ und $B\,(2 \mid -5)$ sowie den beiden Punkten aus Aufgabe 1a.

   (c) Bestimme jeweils den Vektor $\overrightarrow{BA}$.

   (d) Berechne jeweils den Mittelpunkt M_{AB} der Strecke $\overline{AB}$.

3. Aufgabe:
   Das Prinzip der obigen Rechnungen lässt sich analog auf den $\mathbb{R}^n$ übertragen. Gegeben sind die Punkte $A\,(3 \mid -4 \mid 7)$, $B\,(-10 \mid 0 \mid 4)$, $C\,(6 \mid -5 \mid -2)$ und $D\,(1 \mid -2 \mid 9)$.

   (a) Berechne $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{0A}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{0B}$ und $\overrightarrow{BC}$.

   (b) Berechne $\overrightarrow{0A} + \overrightarrow{0C}$, $\overrightarrow{0A} - \overrightarrow{0C}$, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD}$ und $\overrightarrow{0C} - \overrightarrow{0A} + \overrightarrow{0C}$.

   (c) Berechne die Streckenmittelpunkte M_{AB}, M_{BC} und M_{CD}.

   (d) Welchen Schwerpunkt S_{ABC} hat das Dreieck Δ_{ABC}?