Sei $\vec{n}$ ein Vektor, der senkrecht auf der Ebene E steht, A ein Punkt auf E und $\vec{a} = \overrightarrow{0A}$ der Ortsvektor zum Punkt A, dann ist E definiert durch die Gleichungen

Normalenform:	$(\vec{x} - \vec{a}) \circ \vec{n} = 0$
Koordinatenform:	$\vec{x} \circ \vec{n} = \vec{a} \circ \vec{n}$

dabei ist $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Die Gleichung wird von allen Punkten $(x_1 \mid x_2 \mid x_3)$ erfüllt, die den Abstand 0 von der Ebene E haben.

1. **Aufgabe:** Gegeben ist:

$$E(r,s) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

   (a) Gib eine Normalenform der Ebene an.

   (b) Gib eine Koordinatenform der Ebene an.

   (c) Die Ebene F geht durch die Punkte $A\,(1 \mid 3 \mid 5)$, $B\,(-5 \mid 0 \mid 2)$ und $C\,(2 \mid 2 \mid 5)$. Gib eine Normalenform und eine Koordinatenform der Ebene an.

2. **Aufgabe:**
   Eine **Lotgerade** (zur Ebene E) steht senkrecht auf der entsprechenden Ebene.

   (a) Gib die Gleichung der Lotgeraden l_E durch den Punkt $Q\,(2 \mid 5 \mid 7)$ zur Ebene $x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4$ an.

   (b) Bestimme den Lotfußpunkt L als Schnittpunkt der Lotgeraden l_E mit der Ebene E.

   (c) Bestimme den Abstand von Q zur Ebene E.

3. **Aufgabe:**

   (a) Sei $P \in \mathbb{R}^3$ mit $\vec{p} = \overrightarrow{0P}$ und $E : (\vec{x} - \vec{a}) \circ \vec{n} = 0$ eine Ebene mit Normalenvektor $\vec{n}$. Beweise, dass

$$d = \left| (\vec{a} - \vec{p}) \circ \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} \right|$$

   der Abstand des Punktes P von der Ebene E ist. Wegen dem Betrag darf man natürlich auch $\vec{p} - \vec{a}$ schreiben.

   (b) Berechne jeweils den Abstand von $A\,(1 \mid 3 \mid 5)$, $B\,(-5 \mid 0 \mid 2)$ und $C\,(2 \mid 2 \mid 5)$ zur Ebene $2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 12$.

   (c) Beweise: der Abstand vom Punkt P zur Ebene $E: \ \vec{x} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{c}$ ist:

$$d = \left| (\vec{a} - \vec{p}) \circ \frac{\vec{b} \times \vec{c}}{\left|\vec{b} \times \vec{c}\right|} \right|$$

4. **Aufgabe:**
   Gegeben sind die beiden Ebenen

$$\begin{aligned} E_1: \quad 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 &= 12 \\ E_2: \quad -6x_1 + 9x_2 - 18x_3 &= 10 \end{aligned}$$

   (a) Welchen Abstand hat $P\,(4 \mid 0 \mid -1)$ von E_1 ?

   (b) Zeige, dass E_1 und E_2 parallel sind.

   (c) Welchen Abstand haben E_1 und E_2 ?

   (d) Zeige, dass die Gerade $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 14 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$ parallel zu E_1 und E_2 liegt.

   (e) Welchen Abstand hat g zu E_1

   (f) Welchen Abstand haben P und g jeweils von E_2?