Satz:

Seien $\vec{a}, \vec{b}, \vec{p}, \vec{q} \in \mathbb{R}^3$, so dass die Geraden

$$\begin{array}{rccl} g: & \vec{x} & = & \vec{a} + t\vec{b} \\ h: & \vec{x} & = & \vec{p} + s\vec{q} \end{array}$$

zueinander windschief sind. Die Geraden g und h haben dann den Abstand

$$d = \left| (\vec{p} - \vec{a}) \circ \frac{\vec{b} \times \vec{q}}{\left|\vec{b} \times \vec{q}\right|} \right| . \tag{1}$$

Beweis:

Die Ebene $E : \vec{x} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{q}$ enthält offensichtlich die Gerade g und liegt parallel zu h. Die HNF der Ebene E ist:

$$[\vec{x} - \vec{a}] \circ \frac{\vec{b} \times \vec{q}}{\left|\vec{b} \times \vec{q}\right|} = 0$$

Da der Punkt P mit $\overrightarrow{0P} = \vec{p}$ auf h liegt, ist der Abstand der beiden windschiefen Geraden g und h gleich dem Abstand von P zur Ebene E. Durch Einsetzen von $\vec{x} = \vec{p}$ in die Abstandsformel

$$d = \left| (\vec{x} - \vec{a}) \circ \frac{\vec{b} \times \vec{q}}{\left|\vec{b} \times \vec{q}\right|} \right|$$

erhält man Gleichung (1). $\square$

Bemerkung:

Formel (1) kann natürlich auch benutzt werden um den Abstand von Punkt P zur Ebene $E : \vec{x} = \vec{a} + t\vec{b} + s\vec{q}$ zu berechnen!