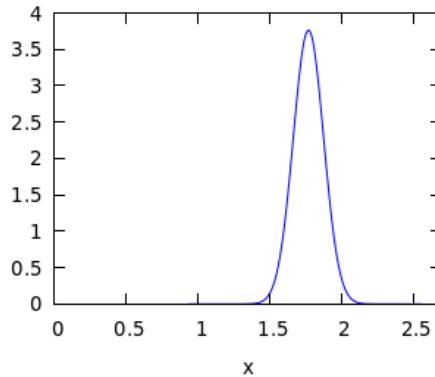


1. **Aufgabe:**

Bei einer statistischen Untersuchung stellte sich heraus, dass die Körpergröße von Abiturienten im Mittel $\mu = 1,77 m$ beträgt mit einer Standardabweichung von $\sigma = 0,106 m$. Unter der Annahme, dass die Größe normalverteilt ist, ergibt sich die abgebildete Verteilungsfunktion:



- (a) Gib für diese Daten die Funktionsgleichung der Normalverteilung an.
- (b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Größe einer zufällig ausgewählten Person zwischen $1,73 m$ und $1,82 m$ liegt.
- (c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für eine Größe unter $1,60 m$.
- (d) Zeige, dass die Wahrscheinlichkeit auf Personen zu treffen, die größer als $2,40 m$ sind, vernachlässigbar klein ist.
- (e) Ermittle das 2σ und 3σ Intervall und berechne die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.

2. **Aufgabe:**

Die Dichtefunktion der Normalverteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ bezeichnet man als **Standardnormalverteilung**:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right)$$

Das Integral über φ von $-\infty$ bis $z \in \mathbb{R}$ wird als **gaußsches Fehlerintegral** bezeichnet:

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \varphi(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) dt \tag{1}$$

- (a) Wie lässt sich das Integral $\int_a^b \varphi(t) dt$ durch die Funktion Φ ausdrücken?
- (b) Führe im Integral aus Aufgabe (2a) die Substitution $t = (x - \mu) / \sigma$ durch.
- (c) Beweise, dass sich das Integral

$$\int_{\mu-i\sigma}^{\mu+i\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dx$$

durch $2\Phi(i) - 1$ ausdrücken lässt.

- (d) Wie lassen sich die Integrale

$$P \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_l^m \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dx \tag{2}$$

und

$$P \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{l-0,5}^{m+0,5} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dx \tag{3}$$

durch die Funktion $\Phi(z)$, siehe (1), darstellen?