

HYPOTHESENTEST ODER SIGNIFIKANZTEST

Ob eine Hypothese (auch Nullhypothese H_0) tatsächlich stimmt lässt sich nicht sagen. Allerdings lassen sich Wahrscheinlichkeiten für Fehlentscheidungen bei Annahme oder Ablehnung der Hypothese angeben. Die Grundlage für die Entscheidung bildet das vorgegebene Signifikanzniveau.

Fehler erster Art: Die Hypothese H_0 stimmt, wird aber irrtümlich abgelehnt (α -Fehler).

In der Regel wird man H_0 erst verwerfen, wenn ein Irrtum sehr unwahrscheinlich ist.

Fehler zweiter Art: Die Hypothese H_0 ist falsch wird aber irrtümlich beibehalten (β -Fehler).

Wahrscheinlichkeit für Fehler erster Art klein \rightarrow W. für Fehler zweiter Art groß.

Fehlentscheidungen lassen sich grundsätzlich nicht vermeiden!

Statistische Tests minimieren die Fehlerwahrscheinlichkeiten.

Signifikanzniveau α :

Falls die Nullhypothese H_0 richtig ist, darf die Wahrscheinlichkeit für die Ablehnung aufgrund eines Testergebnisses höchstens α betragen. **Signifikanzniveau α** bedeutet **Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha$**

Wie wählt man H_0 -Hypothese und Alternativhypothese H_1 ? Beim Signifikanztest ist eine Wahrscheinlichkeit p_0 gegeben...

- **Linksseitiger Signifikanztest:** $H_0 : p \geq p_0$ Alternative $H_1 : p < p_0$

Formulierungen mit der Bedeutung "mindestens" kennzeichnen H_0

Formulierungen mit der Bedeutung "weniger als" kennzeichnen H_1

- **Rechtsseitiger Signifikanztest:** $H_0 : p \leq p_0$ Alternative $H_1 : p > p_0$

Formulierungen mit der Bedeutung "höchstens" kennzeichnen H_0

Formulierungen mit der Bedeutung "mehr als" kennzeichnen H_1

- **Zweiseitiger Signifikanztest:** $H_0 : p = p_0$ Alternative $H_1 : p \neq p_0$

Formulierungen mit der Bedeutung "gleich" kennzeichnen H_0

Hypothese H_0 enthält $=, \leq, \geq$ Wahrscheinlichkeit **gleich** p_0 ist erlaubt !

Alternative H_1 enthält $\neq, <, >$ p_0 soll (mit) ausgeschlossen werden !

Nur beim **Alternativtest** ist "gleich" in H_1 enthalten, allerdings: $H_0 : p = p_0$ Alternative $H_1 : p = p_1$

1. Aufgabe:

Ein Tetraeder, dessen Seitenflächen die Zahlenwerte 1; 2; 3; 4 zugeordnet sind wird 1200 mal geworfen. Es ergibt sich 278 mal (342 mal) die Zahl 1. Ist die Hypothese $H_0 : P(X = 1) = 0,25$ bei einem Signifikanzniveau von ca. 4,55% haltbar? Was könnte zu dem Ergebnis der Stichprobe geführt haben?

2. Aufgabe:

Die Einschaltquote für eine bestimmte Fernsehserie sei 14%. Vor dem Dreh einer neuen Staffel wird eine Umfrage in Auftrag gegeben. Von 550 befragten Personen gaben 68 an, die Serie weiterhin sehen zu wollen. Die neue Staffel soll nur dann produziert werden, wenn die Einschaltquoten nicht sinken. Lässt sich aus der Umfrage mit der Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 10\%$ schließen, dass die Einschaltquoten sinken werden?

3. Aufgabe:

Bei einem Experiment haben Wissenschaftler ein ungewöhnliches Signal in den Messdaten beobachtet. Bei dem Signal soll es sich um einen Messfehler handeln, wenn es höchstens mit einer Wahrscheinlichkeit von eins zu 1375 auftritt. Zur Überprüfung wird die Messung 16500 mal wiederholt, das Signal taucht dabei 27 mal auf. Lässt sich mit einem Signifikanzniveau von a) 1‰ b) 5σ von einer Entdeckung ausgehen?

4. Aufgabe: (Standpunkte und zugehörige Hypothesentests)

Ein Großhändler verkauft billige Speicherkarten.

- (a) Der Großhändler behauptet, dass mindestens 90% seiner Speicherkarten in Ordnung sind. Er vertritt den Standpunkt: "Meine Aussage gilt, so lange nicht das Gegenteil gezeigt ist." Es wird eine Stichprobe von 200 Speicherkarten untersucht. Gib eine Entscheidungsregel für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 3\%$ an.
Wann wird man die Aussage als widerlegt ansehen?
- (b) Für den Ladenbesitzer wäre es vorteilhaft, wenn die Aussage des Großhändlers stimmt. Er misstraut aber dem Großhändler solange bis ihn das Ergebnis einer Stichprobe (wieder 200) überzeugt hat. Gib eine Entscheidungsregel für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 3\%$ an.
Wann wird der Ladenbesitzer kaufen?
- (c) Löse 4a und 4b für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$ und einer Stichprobengröße von 150

5. Aufgabe:

Eine Pharmafirma behauptet, dass bei ihrem neuen Medikament nur bei höchstens 11% der Patienten als Nebenwirkung Allergien auftreten. Das Medikament wird an 240 Personen getestet. Formuliere die Hypothesen, welche mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0,21\%$ getestet werden sollen:

- (a) Aus Sicht der Pharmafirma
- (b) Aus Sicht der Zulassungsbehörde oder des Patienten.
- (c) Löse die beiden Aufgaben 5a und 5b für $\alpha = 1\%$ und $\alpha = 0,5\%$
- (d) Gib die 3σ -Umgebung an.

6. Aufgabe:

In einem Urlaubsort betrage die Wahrscheinlichkeit für Regen laut Reiseveranstalter an einem beliebigen Tag 6%. An einem Tag ohne Regen besuchen 72% der Touristen den Strand. An einem Regentag besuchen 40% der Touristen das Museum. Die übrigen Urlauber verbringen diese Tage jeweils mit anderen Aktivitäten.

- (a) Ermittle mit welcher Wahrscheinlichkeit es am folgenden Urlaubstag regnet und ein Tourist deswegen das Museum besucht.
- (b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Tourist einem beliebigen Tag mit "anderen Aktivitäten" verbringt, also nicht zum Strand und nicht ins Museum geht.
- (c) Ein Urlauber verbringt 2 Wochen in diesem Urlaubsort. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es
 - i. in der ersten Woche keinen Regen gibt;
 - ii. Er in seinem Urlaub genau sieben Tage ohne Regen hat;
 - iii. Mindestens die Hälfte der Urlaubstage ohne Regen sind;
 - iv. Mindestens die Hälfte der Urlaubstage Regentage sind;
 - v. Mindestens 10 Tage des Urlaubs ohne Regen sind.
- (d) Der Reiseveranstalter wirbt mit der Aussage "Die Regenwahrscheinlichkeit beträgt höchstens 6%". Von der Verbraucherzentrale soll die Aussage des Reiseveranstalters getestet werden. Dazu wird der Wetterbericht des letzten Jahres ausgewertet. Gib eine Entscheidungsregel für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 5\%$ an.
- (e) Im Wetterbericht des Letzten Jahre wurden 28 Regentage gezählt. Kann der Reiseveranstalter seine Hypothese bei $\alpha = 5\%$ weiterhin vertreten?

Wahrscheinlichkeit α -Fehler: P_{H_0} (Entscheidung für H_1)

Wahrscheinlichkeit β -Fehler: P_{H_1} (Entscheidung für H_0)

Signifikanz

“Wird ein statistisches Ergebnis als signifikant bezeichnet, so drückt dies aus, dass die Irrtumswahrscheinlichkeit, eine angenommene Hypothese treffe auch auf die Grundgesamtheit zu, nicht über einem festgelegten Niveau liegt. Einfach gesagt: Ein gemessener Zusammenhang zwischen zwei Variablen tritt in der Stichprobe nicht einfach zufällig auf, sondern trifft auch für die Grundgesamtheit zu.”

siehe <https://de.statista.com/statistik/lexikon/definition/128/stichprobe/>