Die **Wahrscheinlichkeitsdichte** der Exponentialverteilung ist

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \tag{1}$$

Die Normierungsbedingung ist erfüllt:

$$\int_0^\infty \lambda e^{-\lambda x} dx = \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^\infty = 1$$

Erwartungswert

Der Erwartungswert $\mu = E(X)$ der Exponentialverteilung (1) ist:

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_0^\infty x \cdot f(x)\, dx = \int_0^\infty x \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx \\ &= \underbrace{\left[-xe^{-\lambda x}\right]_0^\infty}_{=0} - \int_0^\infty -e^{-\lambda x} dx = \left[-\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x}\right]_0^\infty = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

Varianz und Standardabweichung

Offensichtlich ist $(E(X))^2 = \frac{1}{\lambda^2}$. Mit zweifacher partieller Integration ergibt sich:

$$E\left(X^2\right) = \int_0^\infty x^2 \cdot f(x)\, dx = \int_0^\infty x^2 \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{2}{\lambda^2}$$

Für die Varianz erhält man damit

$$Var(X) = E\left(X^2\right) - (E(X))^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

Die Standardabweichung ist also:

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} = \frac{1}{\lambda}$$

Damit gilt bei der Expoentialverteilung $\mu = \sigma = \frac{1}{\lambda}$!