

Bernoulli-Prozesse

Die Binomialverteilung gibt die Wahrscheinlichkeit genau k Erfolge bei n Wiederholungen eines Zufallsexperiments mit genau zwei möglichen Ergebnissen (z.B. Erfolg mit der Wahrscheinlichkeit p und Misserfolg mit der Wahrscheinlichkeit $1 - p$) zu erzielen. Für diese Wahrscheinlichkeit wird oft die Schreibweise $B(n; p; k)$ verwendet, wobei

$$B(n; p; k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \quad (1)$$

siehe z.B. <https://de.wikipedia.org/wiki/Binomialverteilung>, Mathebuch¹. Im GTR ist die Formel (1) implementiert, allerdings ist die Reihenfolge der Parameter anders. Im GTR werden die Parameter in alphabetischer Reihenfolge aufgeführt. Die Funktion *BinomialPD* findet man unter “*Catalog*” mit SHIFT>4. Dabei ist

$$\text{BinomialPD}(k, n, p) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

also

$$B(n; p; k) \rightarrow \text{GTR} \rightarrow \text{BinomialPD}(k, n, p).$$

Hinweis: Dezimalbrüche werden dabei im GTR mit einem Punkt eingegeben, also z.B:

$$B(10; 0,7; 6) \rightarrow \text{GTR} \rightarrow \text{BinomialPD}(6, 10, 0.7).$$

Kumulierte Binomialverteilung

Den Fall, dass man **höchstens** k Erfolge (mit der Wahrscheinlichkeit p) bei n Wiederholungen eines Bernoulli-Experiments erzielt, erhält man durch aufsummieren der Wahrscheinlichkeiten. Für diese Wahrscheinlichkeit wird oft die Schreibweise $F(n; p; k)$ verwendet, wobei

$$F(n; p; k) = B(n; p; 0) + B(n; p; 1) + \dots + B(n; p; k) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} p^i (1 - p)^{n-i} \quad (2)$$

Im GTR ist die Formel (2) ebenfalls implementiert, allerdings werden die Parameter wieder in alphabetischer Reihenfolge aufgeführt. Die Funktion *BinomialCD* findet man auch unter “*Catalog*” mit SHIFT>4. Dabei ist²

$$\text{BinomialCD}(k, n, p) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} p^i (1 - p)^{n-i}$$

also

$$F(n; p; k) \rightarrow \text{GTR} \rightarrow \text{BinomialCD}(k, n, p).$$

Um die Wahrscheinlichkeit für eine Treffersumme von a bis b (mit $a, b \in \mathbb{N}$ und $0 \leq a \leq n$ sowie $0 \leq b \leq n$) zu berechnen, lässt sich auch direkt der folgende Befehl verwenden:

$$\text{BinomialCD}(a, b, n, p) = \sum_{i=a}^b \binom{n}{i} p^i (1 - p)^{n-i}$$

1. **Aufgabe** (Ergebnis jeweils in Prozent mit zwei Nachkommastellen)

- Ermittle $B(12; \frac{1}{2}; 5)$, $B(12; 0,3; 8)$, $B(25; 0,01; 2)$ mit dem GTR.
- Ermittle $F(12; \frac{1}{2}; 5)$, $F(12; 0,3; 8)$, $F(25; 0,01; 2)$ mit dem GTR.
- Ermittle die Wahrscheinlichkeit (Schreibweise wie oben benutzen), dass bei einem Bernoulli-Experiment mit $p = 0,4$ für das Ergebnis E ...
 - genau 9 mal E bei 15 Wiederholungen auftritt.
 - höchstens 9 mal E bei 15 Wiederholungen auftritt.
 - mindestens 9 mal E bei 15 Wiederholungen auftritt.
 - mindestens 5 mal E bei 11 Wiederholungen auftritt.
- In einem Urlaubsort regnet es mit einer Wahrscheinlichkeit von 6% an einem Tag. Ermittle rechnerisch die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es an höchstens (mindestens) zwei Tagen in der Woche regnet.

¹Bigalke, Köhler: Mathematik, Cornelsen, Berlin 2011

²Ein ausführliches Video zum GTR findet man z.B. hier: <https://www.youtube.com/watch?v=y0k7H5Pi7x0>