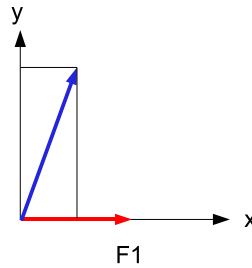


Geben sind zwei beliebige Kräfte  $F_1$  und  $F_2$ , welche in einem Winkel  $\alpha$  an einem Punkt  $P$  angreifen. Gesucht ist die Stärke  $F$  der Ersatzkraft. Wir wählen ein Koordinatensystem so dass  $P$  im Ursprung liegt und einer der beiden Vektoren, hier  $\vec{F}_1$ , auf der  $x$ -Achse liegt.



Offensichtlich gilt in diesem Koordinatensystem

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} F_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die  $x$ -Komponente von  $\vec{F}_2$  erhält man durch  $\cos(\alpha) = \frac{AK}{HY} = \frac{x}{F_2}$ , also  $x = F_2 \cos(\alpha)$ . Analog ergibt sich für die  $y$ -Komponente:  $\sin(\alpha) = \frac{GK}{HY} = \frac{y}{F_2}$ , also  $y = F_2 \sin(\alpha)$ . Insgesamt folgt

$$\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_2 \cos(\alpha) \\ F_2 \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

(Diese Art der Darstellung bezeichnet man auch als Darstellung in Polarkoordinaten). Für die Ersatzkraft  $\vec{F}$  ergibt sich

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} F_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_2 \cos(\alpha) \\ F_2 \sin(\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 + F_2 \cos(\alpha) \\ F_2 \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Wir berechnen die Stärke  $F$  der Kraft:

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{(F_1 + F_2 \cos(\alpha))^2 + (F_2 \sin(\alpha))^2} \\ &= \sqrt{F_1^2 + 2F_1 F_2 \cos(\alpha) + F_2^2 \cos^2(\alpha) + F_2^2 \sin^2(\alpha)} \end{aligned}$$

Mit  $\sin^2(\alpha) + \cos^2 = 1$  erhalten wir die Formel

$$F = \sqrt{F_1^2 + 2F_1 F_2 \cos(\alpha) + F_2^2}$$

**Beispiele:**

1) Jemand geht mit zwei Hunden spazieren, welche im Winkel von  $50^\circ$  mit  $70N$  und  $120N$  ziehen. Die Kraft  $F$  welche er aufwenden muss um die Hunde zu halten beträgt:

$$F = \sqrt{70^2 N^2 + 2 \cdot 70N \cdot 120N \cdot \cos(50^\circ) + 120^2 N^2} \approx 173,5N$$

2) Ein Frachtschiff wird von zwei Schleppern mit je  $10kN$  im Winkel von  $60^\circ$  gezogen.

$$F = \sqrt{100kN^2 + 2 \cdot 10kN \cdot 10kN \cdot \cos(60^\circ) + 100kN^2} \approx 17,3kN$$