

1. **Aufgabe:**

Seien K und \tilde{K} zwei mit der Relativgeschwindigkeit V zueinander bewegte Inertialsysteme, die Koordinaten von K und \tilde{K} werden hier mit $\{t, x, y, z\}$ bzw. $\{\tau, \xi, \tilde{y}, \tilde{z}\}$ bezeichnet. Zwischen den Inertialsystemen besteht der Zusammenhang (Lorentztransformation):

$$\tau = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad \xi = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad \tilde{y} = y, \quad \tilde{z} = z \quad (1)$$

Seien P und Q zwei Ereignisse mit den Koordinaten $P(t_1, x_1, y_1, z_1)$ und $Q(t_2, x_2, y_2, z_2)$. Der vierdimensionale Raumzeitabstand von P und Q ist die Länge des Vektors \overrightarrow{PQ} . Definiert man nun $\Delta t = t_2 - t_1$ usw., dann ist das **Quadrat** des Raumzeitabstands gegeben durch:

$$\langle \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PQ} \rangle_{\mathbb{M}^4} = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 \quad (2)$$

In \tilde{K} haben die Ereignisse P und Q die Koordinaten $\mathcal{P}(\tau_1, \xi_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1)$ und $\mathcal{Q}(\tau_2, \xi_2, \tilde{y}_2, \tilde{z}_2)$. Beweise, dass der Raumzeitabstand in beiden Inertialsystemen gleich ist.

2. **Aufgabe:** (Einheiten beachten!)

- (a) Ein Objekt, z.B. ein Raumschiff, besitzt in seinem Ruhesystem eine Eigenlänge von 56 m . Das Objekt bewegt sich relativ zu einem Beobachter B mit der Geschwindigkeit V . Berechne die von B gemessene Länge für das Objekt für folgende Relativgeschwindigkeiten:
- i. $V = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 - ii. $V = 190 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
 - iii. $V = 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$
 - iv. 90% der Lichtgeschwindigkeit
 - v. 99,9% der Lichtgeschwindigkeit
- (b) In einem Raumschiff wird ein Ei gekocht, dafür stellt der Koch den Timer auf 7 min ein. Berechne wie ein Beobachter, zu dem sich das Raumschiff mit den Relativgeschwindigkeiten V aus Aufgabenteil 2a bewegt, diese Zeitspanne wahrnimmt.