

Energieniveaus von Wasserstoff:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

siehe Bohrsches Atommodell. Für $n = 1$ ergibt sich in der Einheit eV:

$$\begin{aligned} E_1 &= -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -\frac{m|e|^3}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot |e| \approx -\frac{9,109 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{As})^3}{8(8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}})^2 (6,6261 \cdot 10^{-34} \text{Js})^2} \cdot \frac{1}{\text{V}} \text{eV} \\ &\approx -13,6 \frac{\text{kg} \cdot \text{A}^3 \text{s}^3 \text{V}^2 \text{m}^2}{\text{A}^2 \text{s}^2 \text{J}^2 \text{s}^2 \text{V}} \text{eV} = -13,6 \frac{\text{AVs} \cdot \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{J}^2} \text{eV} = -13,6 \text{eV} \end{aligned}$$

wegen $1\text{J} = 1\text{VAs}$ und $1\text{J} = 1\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$. Mit $|E_1| = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$ lassen sich die Energieniveaus schreiben als

$$E_n = -|E_1| \cdot \frac{1}{n^2}$$

und es gilt

$$E_2 = -\frac{1}{4}|E_1| \approx -3,4 \text{eV} \quad E_3 = -\frac{1}{9}|E_1| \approx -1,5 \text{eV} \quad E_4 = -\frac{1}{16}|E_1| \approx -0,9 \text{eV} \quad \dots$$

sowie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E_n = 0$$

Für den Übergang in andere Energieniveaus ergibt sich:

$$\Delta E = E_k - E_n = -|E_1| \cdot \frac{1}{k^2} + |E_1| \cdot \frac{1}{n^2} = |E_1| \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

Wegen $k > n$ ist offensichtlich $\Delta E > 0$. Mit $E = hf$ folgt:

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{|E_1|}{h} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) = f_R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad \text{wobei} \quad f_R = \frac{|E_1|}{h} = \frac{me^4}{8h^3 \varepsilon_0^2} \approx 3,3 \cdot 10^{15} \text{Hz}$$

