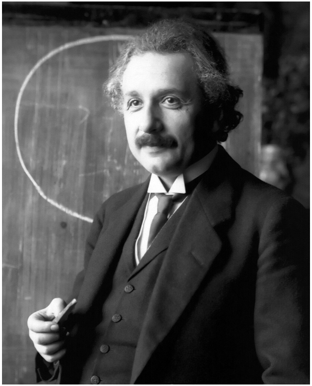
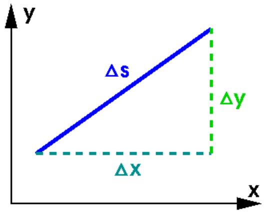


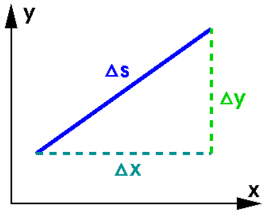
Bild: Wikipedia

Albert Einstein

Wie lassen sich Abstände und Längen bestimmen?



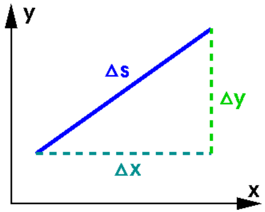
Wie lassen sich Abstände und Längen bestimmen?



Pythagoras im $\mathbb{R}^2$: $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$

2-dimensionaler **flacher** Raum beschrieben durch $ds^2 = dx^2 + dy^2$

Wie lassen sich Abstände und Längen bestimmen?



Pythagoras im $\mathbb{R}^2$: $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$

2-dimensionaler **flacher** Raum beschrieben durch $ds^2 = dx^2 + dy^2$

3-dimensionaler **flacher** Raum durch $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$

Metrik

Metrik für euklidische Räume mit n Raumkoordinaten analog...

Die SRT hat aber drei Raumkoordinaten und eine Zeitkoordinate!

Metrik für euklidische Räume mit n Raumkoordinaten analog...

Die SRT hat aber drei Raumkoordinaten und eine Zeitkoordinate!

Hermann Minkowski findet 1908 mit der Minkowski-Metrik ein Modell für die Zusammenfassung von Raum und Zeit.

Metrik für euklidische Räume mit n Raumkoordinaten analog...

Die SRT hat aber drei Raumkoordinaten und eine Zeitkoordinate!

Hermann Minkowski findet 1908 mit der Minkowski-Metrik ein Modell für die Zusammenfassung von Raum und Zeit.

Besondere Bedeutung hat die Ausbreitung von Licht im Raum:

Licht bewegt sich mit der maximal möglichen Geschwindigkeit c.

Metrik für euklidische Räume mit n Raumkoordinaten analog...

Die SRT hat aber drei Raumkoordinaten und eine Zeitkoordinate!

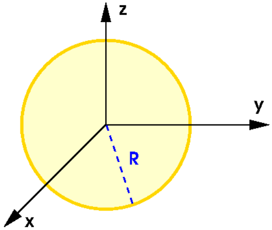
Hermann Minkowski findet 1908 mit der Minkowski-Metrik ein Modell für die Zusammenfassung von Raum und Zeit.

Besondere Bedeutung hat die Ausbreitung von Licht im Raum:

Licht bewegt sich mit der maximal möglichen Geschwindigkeit c.

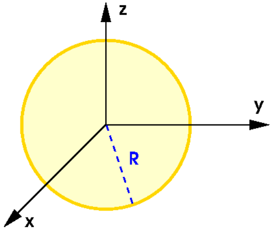
Nach der Zeit t hat das Licht die Strecke $R = c \cdot t$ zurückgelegt.

Die Einheit $[ct] = m$ entspricht wieder der einer Raumkoordinate.



Rand der Kugel wird beschrieben durch $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

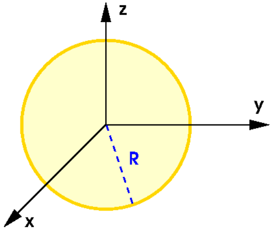
Ausbreitung von Lichtsignalen



Rand der Kugel wird beschrieben durch $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

Nach einem Zeitintervall Δt hat die Kugel den Radius $R = c \cdot \Delta t$

Für die räumlichen Abstandskomponenten gilt $\Delta x = x - 0$ usw.



Rand der Kugel wird beschrieben durch $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

Nach einem Zeitintervall Δt hat die Kugel den Radius $R = c \cdot \Delta t$

Für die räumlichen Abstandskomponenten gilt $\Delta x = x - 0$ usw.

Der **Rand** der Lichtkugel: $\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = c^2 \Delta t^2$

Rand der Lichtkugel umgeformt: $-c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = 0$

Rand der Lichtkugel umgeformt: $-c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = 0$

Der linke Teil der Gleichung wird definiert als

$$\Delta s^2 = -c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$$

Die Ausbreitung von Licht wird also beschrieben durch $\Delta s^2 = 0$.

Rand der Lichtkugel umgeformt: $-c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = 0$

Der linke Teil der Gleichung wird definiert als

$$\Delta s^2 = -c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$$

Die Ausbreitung von Licht wird also beschrieben durch $\Delta s^2 = 0$.

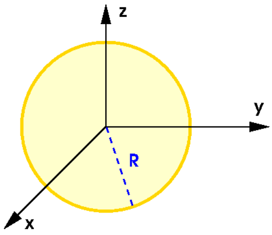
Die Minkowski-Metrik beschreibt die Raum-Zeit in der SRT

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

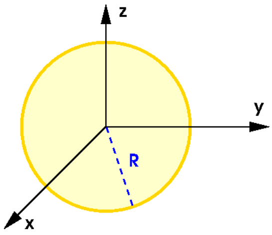
wobei die Signatur $(-,+,+,+)$ ist. Möglich auch $(+,-,-,-)$:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Da sich nichts schneller als mit Lichtgeschwindigkeit im Raum ausbreiten kann, stellt der Rand der Lichtkugel eine Grenze dar.

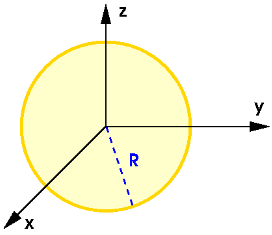


Da sich nichts schneller als mit Lichtgeschwindigkeit im Raum ausbreiten kann, stellt der Rand der Lichtkugel eine Grenze dar.



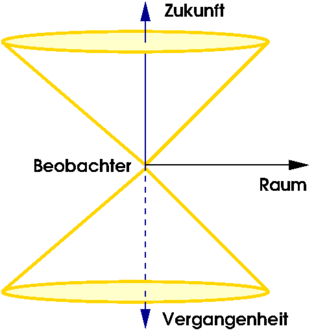
Ereignisse innerhalb der Lichtkugel können mit dem Ereignis "Aussendung des Lichtsignals" kommunizieren.

Da sich nichts schneller als mit Lichtgeschwindigkeit im Raum ausbreiten kann, stellt der Rand der Lichtkugel eine Grenze dar.

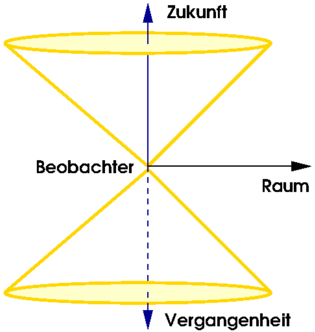


Ereignisse innerhalb der Lichtkugel können mit dem Ereignis “Aussendung des Lichtsignals” kommunizieren.

Für Ereignisse außerhalb der Lichtkugel ist dies **unmöglich**!

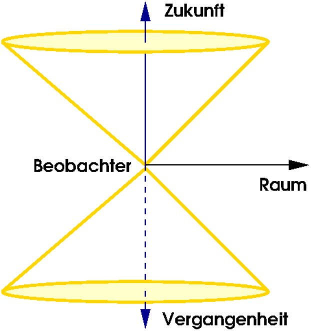


Innerhalb der Lichtkugel (zeitartig): $dx^2 + dy^2 + dz^2 < c^2 dt^2$



Innerhalb der Lichtkugel (zeitartig): $dx^2 + dy^2 + dz^2 < c^2 dt^2$

Wählt man $ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$ gilt also $ds^2 < 0$



Innerhalb der Lichtkugel (zeitartig): $dx^2 + dy^2 + dz^2 < c^2 dt^2$

Wählt man $ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$ gilt also $ds^2 < 0$

Außerhalb der Lichtkugel (raumartig): $ds^2 > 0$

Kausalität - Beispiel 1

Können die beiden Raumzeitpunkte $E_i\,(t, x, y, z)$ kommunizieren?

$E_1\,(1s\;,\;1m\;,\;2m\;,\;-3m)$ und $E_2\,(3s\;,\;5m\;,\;9m\;,\;5m)$

Kausalität - Beispiel 1

Können die beiden Raumzeitpunkte $E_i\,(t, x, y, z)$ kommunizieren?

$E_1\,(1s\ ,\ 1m\ ,\ 2m\ ,\ -3m)$ und $E_2\,(3s\ ,\ 5m\ ,\ 9m\ ,\ 5m)$

$\Delta t = 3s - 1s = 2s$ $\quad$ $\Delta x = 5m - 1m = 4m$

$\Delta y = 9m - 2m = 7m$ $\quad$ $\Delta z = 5m - (-3m) = 8m$

Können die beiden Raumzeitpunkte $E_i\,(t, x, y, z)$ kommunizieren?

$E_1\,(1s\,,\ 1m\,,\ 2m\,,\ -3m)$ und $E_2\,(3s\,,\ 5m\,,\ 9m\,,\ 5m)$

$\Delta t = 3s - 1s = 2s$ $\Delta x = 5m - 1m = 4m$

$\Delta y = 9m - 2m = 7m$ $\Delta z = 5m - (-3m) = 8m$

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$$

Können die beiden Raumzeitpunkte $E_i\,(t, x, y, z)$ kommunizieren?

$E_1\,(1s\,,\ 1m\,,\ 2m\,,\ -3m)$ und $E_2\,(3s\,,\ 5m\,,\ 9m\,,\ 5m)$

$\Delta t = 3s - 1s = 2s$ $\Delta x = 5m - 1m = 4m$

$\Delta y = 9m - 2m = 7m$ $\Delta z = 5m - (-3m) = 8m$

$$\begin{aligned}
\Delta s^2 &= -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \\
&= -\left(3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2 (2s)^2 + (4m)^2 + (7m)^2 + (8m)^2 \\
&\approx -3{,}6 \cdot 10^{17} m^2 < 0
\end{aligned}$$

Können die beiden Raumzeitpunkte $E_i\,(t, x, y, z)$ kommunizieren?

$E_1\,(1s\,,\ 1m\,,\ 2m\,,\ -3m)$ und $E_2\,(3s\,,\ 5m\,,\ 9m\,,\ 5m)$

$\Delta t = 3s - 1s = 2s$ $\quad$ $\Delta x = 5m - 1m = 4m$

$\Delta y = 9m - 2m = 7m$ $\quad$ $\Delta z = 5m - (-3m) = 8m$

$$\begin{aligned}\Delta s^2 &= -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \\ &= -\left(3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2 (2s)^2 + (4m)^2 + (7m)^2 + (8m)^2 \\ &\approx -3,6 \cdot 10^{17} m^2 < 0\end{aligned}$$

Ja, die Ereignisse E_1 und E_2 liegen zeitartig zueinander.

Kausalität - Beispiel 2

Ereignis E_1: Die Sonne explodiert $E_1\,(0,\ 0, 0,\ 1\text{AE})$

Ereignis E_2: Auf der Erde in 7 Minuten $E_2\,(7\,\text{min}, 0, 0, 0)$

Ereignis E_1: Die Sonne explodiert $E_1\,(0,\ 0, 0,\ 1\text{AE})$

Ereignis E_2: Auf der Erde in 7 Minuten $E_2\,(7\,\text{min}, 0, 0, 0)$

$\Delta t = 7\text{min} = 420s$, $\Delta x = \Delta y = 0$, $\Delta z = -1,5 \cdot 10^{11}\,m$

$$\Delta s^2 \;=\; -c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$$

Ereignis E_1: Die Sonne explodiert $E_1\,(0,\ 0, 0,\ 1\text{AE})$

Ereignis E_2: Auf der Erde in 7 Minuten $E_2\,(7\,\text{min}, 0, 0, 0)$

$\Delta t = 7\text{min} = 420s$, $\Delta x = \Delta y = 0$, $\Delta z = -1,5 \cdot 10^{11}\,m$

$$\begin{aligned}
\Delta s^2 &= -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \\
&= -\left(3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2 (420s)^2 + \left(-1,5 \cdot 10^{11}\,m\right)^2 \\
&\approx 2,3 \cdot 10^{23} m^2 > 0
\end{aligned}$$

Kausalität - Beispiel 2

Ereignis E_1: Die Sonne explodiert $E_1\,(0,\ 0, 0,\ 1\text{AE})$

Ereignis E_2: Auf der Erde in 7 Minuten $E_2\,(7\,\text{min}, 0, 0, 0)$

$\Delta t = 7\text{min} = 420s$, $\Delta x = \Delta y = 0$, $\Delta z = -1,5 \cdot 10^{11}\,m$

$$\begin{aligned}
\Delta s^2 &= -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \\
&= -\left(3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2 (420s)^2 + \left(-1,5 \cdot 10^{11}\,m\right)^2 \\
&\approx 2,3 \cdot 10^{23} m^2 > 0
\end{aligned}$$

Ereignisse raumartig zueinander und können nicht kommunizieren.

Ereignis E_1: Die Sonne explodiert $E_1\,(0,\ 0, 0,\ 1\mathrm{AE})$

Ereignis E_2: Auf der Erde in 7 Minuten $E_2\,(7\,\mathrm{min}, 0, 0, 0)$

$\Delta t = 7\mathrm{min} = 420s\ ,\ \Delta x = \Delta y = 0\ ,\ \Delta z = -1,5 \cdot 10^{11}\,m$

$$\begin{aligned}
\Delta s^2 &= -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \\
&= -\left(3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2 (420s)^2 + \left(-1,5 \cdot 10^{11}\,m\right)^2 \\
&\approx 6,6 \cdot 10^{21}\,m^2 > 0
\end{aligned}$$

Ereignisse raumartig zueinander und können nicht kommunizieren.

Das Licht von der Sonne braucht ca. 8 min zur Erde!

Das Licht der Sterne kommt aus der Vergangenheit!

Credit: Nasa - The Milky Way

Das Licht der Sterne kommt aus der Vergangenheit!

Credit: Nasa - The Milky Way

Proxima Centauri ca. 4,2 Lj, Andromedagalaxie 2,5 Millionen Lj

Weiter geht es in Teil 4 ...