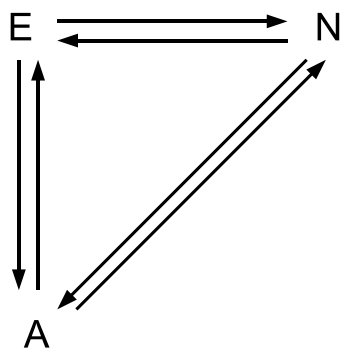


1. Aufgabe:

In einer Stadt, welche für diese Aufgabe als geschlossenes System betrachtet werden darf, gibt es das Newton Gymnasium (N), das Einstein Gymnasium (E) und auch noch andere Schulformen (A). Eine statistische Erhebung über den jährlichen Wechsel der Schülerinnen und Schüler in der Mittelstufe zwischen den Schulen hatte folgende Ergebnisse: Vom Newton Gymnasium wechseln jedes Jahr 10% der Schülerinnen und Schüler auf das Einstein Gymnasium und 5% auf eine andere Schulform. Vom Einstein Gymnasium wechseln 5% zum Newton Gymnasium und 20% zu einer anderen Schulform. Von den anderen Schulen wechseln 40% zum Einstein Gymnasium, das sind vier mal so viele Schülerinnen und Schüler wie von anderen Schulen auf das Newton Gymnasium wechseln.

(a) Vervollständige das Diagramm und die Tabelle:



	E	N	A
E			
N			
A			

- (b) Zum Startzeitpunkt sind 900 Schülerinnen und Schüler auf dem Newton Gymnasium, 2500 besuchen andere Schulformen und 1200 Schülerinnen und Schüler besuchen das Einstein Gymnasium. Wie viele Schülerinnen und Schüler haben die Schulen nach einem Jahr ?
- (c) Was passiert wenn diese Entwicklung so weiter verläuft ?
- (d) Zu einer anderen Zeit kann die Entwicklung nicht mehr mit diesem Modell beschrieben werden. Das Einstein Gymnasium nimmt keine neuen Schülerinnen und Schüler der anderen Schulen mehr an, die Übergangsmatrix ist nun

$$M = \begin{pmatrix} 0,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0,95 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,9 \end{pmatrix}$$

Begründe mit der Matrix ob das Newton Gymnasium noch Schüler des Einstein Gymnasiums annimmt.

- (e) Berechne die Schülerverteilung (auf Grundlage von Aufgabenteil 1d) nach zwei Jahren, wenn zum Startzeitpunkt auf dem Einstein Gymnasium 1000 Schülerinnen und Schüler, auf dem Newton Gymnasium 1200 und auf den anderen Schulformen 2000 Schülerinnen und Schüler sind. Durch welche Matrix wird der Übergang (zwei Jahre) direkt beschrieben ?
- (f) Kann ein Schüler des Einstein Gymnasiums innerhalb von zwei Jahren doch auf das Newton Gymnasium wechseln ? (Begründung)
- (g) Bei einer statistischen Erhebung werden 990 Schülerinnen und Schüler auf dem Einstein, 1160 auf dem Newton Gymnasium und 2050 auf den anderen Schulformen gezählt. Wie war die Verteilung ein Jahr vorher, wenn man die Übergangsmatrix aus Aufgabenteil 1d zu Grunde legt ?
- (h) Gibt es eine stabile¹ Verteilung von insgesamt 4200 Schülern?
- (i) Bestimme die Grenzmatrix.

¹Ein stabile Verteilung ändert sich nicht bei Übergängen zu nachfolgenden Jahren. Für eine stabile Verteilung \vec{v} gilt also $M\vec{v} = \vec{v}$.