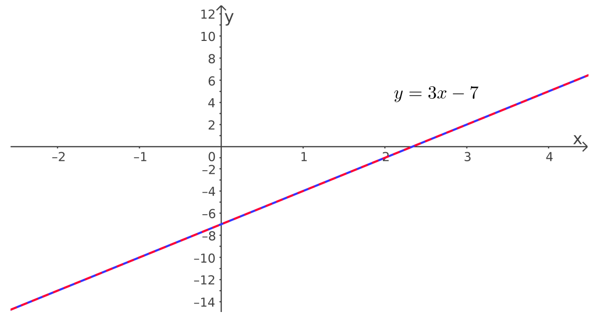
1 Gleichungssysteme mit unendlich viele Lösungen

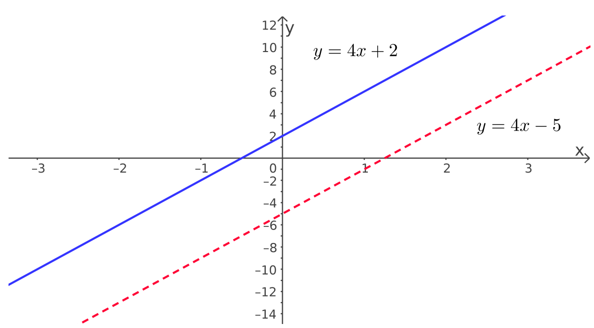
Beispiel: $3x - y = 7 \quad \wedge \quad 3y - 9x = -21$.
Nach Division der zweiten Gleichung durch -3 erhält man wieder die erste Gleichung. Die beiden Gleichung sind **linear abhängig** voneinander, sie können durch Äquivalenzumformungen in einander umgewandelt werden. Alle Zahlen x und y, die den Zusammenhang $3x - y = 7$ erfüllen, lösen also auch das ganze System. Die Lösungen liegen alle auf der Geraden $y = 3x - 7$ im zweidimensionalen Raum.



Die Lösungsmenge ist $\mathbb{L} = \{(x, y) \mid y = 3x - 7\}$.

2 Unlösbare Gleichungssysteme

Es gibt nicht immer eine Lösung, betrachten wir das System $y - 4x = 2 \quad \wedge \quad 8x - 2y = 10$.
Multipliziert man die erste Gleichung mit 2 und addiert beide Gleichungen, so erhält man den Widerspruch $0 = 14$. Da es keine Zahlen gibt, die sowohl die erste als auch die zweite Gleichung lösen, ist das System unlösbar. Aus den beiden Gleichungen erhält man $y = 4x + 2$ und $y = 4x - 5$ durch Äquivalenzumformungen. Anschaulich handelt es sich um zwei **parallele** Geraden im zweidimensionalen Raum. Diese haben keine gemeinsamen Punkte, das Gleichungssysten hat keine Lösung.



Die Lösungsmenge ist $\mathbb{L} = \{\ \}$.

3 Aufgaben

Löse die Gleichungssysteme und stelle die Lösungsmenge in einer Grafik dar:

(a) $\begin{aligned} 5x + 3y &= 23 \\ 2x - 4y &= 4 \end{aligned}$ (b) $\begin{aligned} 5x + 2y &= 4 \\ 4x + 3y &= -1 \end{aligned}$ (c) $\begin{aligned} 4x &= 10 - y \\ 2x + 4y &= \frac{59}{2} \end{aligned}$

(d) $\begin{aligned} -8x &= 2y - 2 \\ 12x + 1,5y &= 3 \end{aligned}$ (e) $\begin{aligned} 10y + x &= 10 \\ 2x &= 8 + 4y \end{aligned}$ (f) $\begin{aligned} 4y - 2x &= 20 \\ x - 2y &= -8 \end{aligned}$