

Hier sollen zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten gelöst werden. Die vielen Lösungswege können grob in drei Methoden unterteilt werden. Diese sollen hier am Beispiel des Systems

$$(A) \quad 5x - 3y = -11$$

$$(B) \quad 8x - 2y = 2$$

vorgelegt werden. Um die Lösungswege besser zu verstehen werden die Gleichungen hier mit den Buchstaben A und B bezeichnet. (alternativ kann man auch Nummer I und II wählen)

1 Gleichsetzungsverfahren

Wir lösen zunächst **beide** Gleichungen nach einer Variable auf und setzen dann die Terme gleich:

Auflösen nach y :

$$(A) \quad 5x - 3y = -11 \quad | +3y + 11$$

$$5x + 11 = 3y \quad | :3$$

$$\frac{5}{3}x + \frac{11}{3} = y$$

$$(B) \quad 8x - 2y = 2 \quad | -8x$$

$$-2y = -8x + 2 \quad | :(-2)$$

$$y = 4x - 1$$

Gleichsetzen der Terme ergibt dann:

$$4x - 1 = \frac{5}{3}x + \frac{11}{3} \quad | -\frac{5}{3}x + 1$$

$$\frac{7}{3}x = \frac{14}{3} \quad | \cdot \frac{3}{7}$$

$$x = 2$$

Die Lösung für x kann jetzt in eine der beiden Gleichungen eingesetzt werden um die Lösung für y zu bekommen. Hier z.B. in A :

$$5 \cdot 2 - 3 \cdot y = -11$$

$$-3y = -21$$

$$y = 7$$

Aufgabe 1: Löse das System durch Auflösen der Gleichungen nach x .

2 Einsetzungsverfahren

Wir lösen **eine** der Gleichungen nach **einer** Variablen auf. Dann setzen wir den Term für die entsprechende Variable in die andere Gleichung ein. Hier bietet es sich an Gleichung B nach y aufzulösen:

$$(B) \quad 8x - 2y = 2 \quad | -8x$$

$$-2y = -8x + 2 \quad | :(-2)$$

$$y = 4x - 1$$

Einsetzen in A ergibt:

$$\begin{aligned}5x - 3(4x - 1) &= -11 \\5x - 12x + 3 &= -11 & | -3 \\-7x &= -14 \\x &= 2\end{aligned}$$

Um die Lösung für die andere Variable zu bekommen setzt man wieder in eine der Gleichungen ein. (Siehe Gleichsetzungsverfahren.)

Aufgabe 2: Löse Gleichung A nach x auf und setze in B ein.

3 Additionsverfahren

Die Gleichungen werden komponentenweise addiert oder subtrahiert, so dass eine der Variablen verschwindet. Meistens müssen die Gleichungen dafür vorher noch mit passenden Zahlen multipliziert werden:

$$\begin{aligned}(A) \quad 5x - 3y &= -11 \\(B) \quad 8x - 2y &= 2 \\ \\2(A) \quad 10x - 6y &= -22 \\3(B) \quad 24x - 6y &= 6 \\ \\2(A) - 3(B) \quad -14x &= -28 \\x &= 2\end{aligned}$$

Die Lösung für y bekommt man wieder durch einsetzen.

Aufgabe 3: Löse das System so, dass zunächst die Variable x wegfällt.

4 Probe

In jedem Fall sollte man die "Probe" machen indem man die Lösung in **beide** Gleichungen einsetzt. Hier sieht man ob die Lösung richtig ist:

$$\begin{aligned}(A) \quad 5x - 3y &= -11 \\(B) \quad 8x - 2y &= 2 \\ \\5 \cdot 2 - 3 \cdot 7 &= -11 \\8 \cdot 2 - 2 \cdot 7 &= 2\end{aligned}$$

Die Gleichungen sind offenbar erfüllt. Die Lösungsmenge $x = 2$ und $y = 7$ kann man dann z.B. so angeben:

$$\mathbb{L} = \{(2 | 7)\}$$