

Anwendung auf Integrale der Form $\int_a^b f(g(x)) g'(x) dx$.

Formel:

$$\int_a^b f(g(x)) g'(x) dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(z) dz$$

Herleitung:

Mit $z = g(x)$ folgt $\frac{dz}{dx} = g'(x)$ und damit $dx = \frac{dz}{g'(x)}$. Es gilt:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(g(x)) g'(x) dx &= \int_{g(a)}^{g(b)} f(z) g'(x) \frac{dz}{g'(x)} \\ &= \int_{g(a)}^{g(b)} f(z) dz \end{aligned}$$

Offensichtlich ist die Stammfunktion hier $F(g(x))$ und es gilt

$$[F(g(x))] = f(g(x)) g'(x)$$