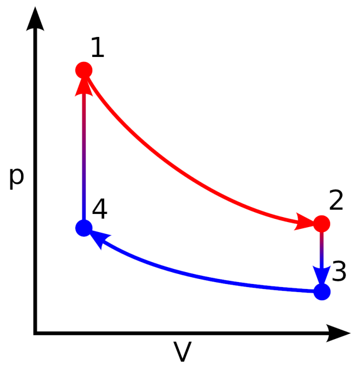
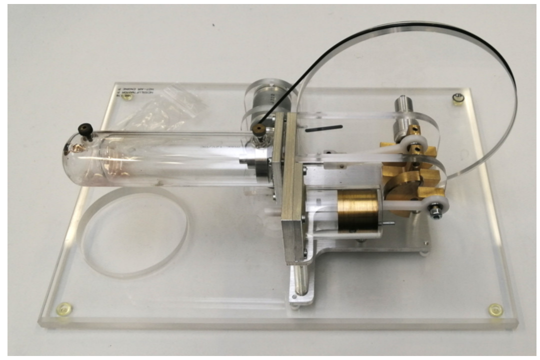
Aus dem Stirling - Kreisprozess im pV Diagramm lässt sich die vom Motor verrichtete Arbeit W als Inhalt der umrandeten Fläche berechnen.





Im Stirlingmotor befindet sich ein Gas, welches durch

$$pV = NkT \tag{1}$$

beschrieben werden soll. Dabei ist p der Druck, V das Volumen, N die Teilchenzahl und $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23} J/K$ die Boltzmann-Konstante. Die beiden senkrechten, zur $p-$Achse parallelen Linien nennt man **Isochoren**. Hier bleibt das Volumen V konstant, es wird Wärme aufgenommen ($4 \to 1$) oder abgegeben ($2 \to 3$). Die übrigen beiden Kurven ($1 \to 2$ und $3 \to 4$) beschreiben **isotherme** Zustandsänderungen, d.h. die Temperatur T ist jeweils konstant. Gleichung (1) lässt sich zu einer Funktionsgleichung $p\left(V\right)$ umstellen, welche die Kurven p_{12} und p_{34} beschreibt:

$$p_{ik} = \frac{NkT_{ik}}{V} = \frac{c_{ik}}{V}\ , \quad \text{für } ik = \{1\,2,\ 3\,4\}$$

wobei $c_{ik} = NkT_{ik}$ offenbar eine Konstante ist. Angenommen im Motor befinden sich ca. $1,6 \cdot 10^{21}$ Teilchen[1] und die Temperaturen betragen $T_{12} = 760\,K$ und $T_{34} = 640\,K$.

1. **Aufgabe:**
   (a) Ermittle die beiden Konstanten c_{12} und c_{34} und gib die Funktionsgleichungen p_{12} und p_{34} an.
   (b) Beschreibe eine Methode wie sich die von den Kurven eingeschlossene Fläche berechnen lässt.
   (c) Angenommen das Volumen im Stirlingprozess bewegt sich zwischen $V_{min} = 10\,cm^3$ und $V_{max} = 65\,cm^3$. Ermittle die Arbeit W (als Inhalt der umrandeten Fläche).
   (d) Leite eine Formel für die Arbeit W mit den Größen V_{min}, V_{max}, k, N, $T_{min} = T_{34}$ und $T_{max} = T_{12}$ her.

2. **Aufgabe:**
   (a) Die Funktionen $f\left(x\right) = x^2$ und $g\left(x\right) = 3x$ schließen ebenfalls eine Fläche ein. Skizziere die Fläche und berechne ihren Flächeninhalt.
   (b) Berechne den Flächeninhalt, den die Polynome $p_1\left(x\right) = x^3 + x^2 - 4x + 5$ und $p_2\left(x\right) = x^3 + 10$ einschließen.
   (c) Berechne den Flächeninhalt, den $p\left(x\right) = x^3 - 7x^2 + 10x$ und $q\left(x\right) = 2x^2 - x - 21$ einschließen.

3. **Aufgabe:**
   Ermittle jeweils den Flächeninhalt, den die Funktionen miteinander einschließen (GTR!):
   (a) $f\left(x\right) = e^x$ und $p\left(x\right) = 4 - x^2$
   (b) $\sin\left(x\right)$ und $h\left(x\right) = \frac{1}{3}x$

[1] Luft (in Meereshöhe) hat etwa $2,55 \cdot 10^{19}$ Teilchen pro cm^3.